



IJSO

ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์

เพื่อคัดเลือกผู้แทนประเทศไทยไปแข่งขัน

วิทยาศาสตร์โอลิมปิกระหว่างประเทศระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ครั้งที่ 10

The Tenth International Junior Science Olympiad: 10th IJSO

ชื่อ-สกุล

เลขประจำตัวสอบ

สถานที่สอบ

ห้องสอบ

ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์

รหัสชุดวิชา 0000001

สอบวันอาทิตย์ที่ 27 มกราคม 2556

เวลา 08.30 – 10.00 น.

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมี 5 หน้า (รวมหน้านี้ด้วย) จำนวน 25 ข้อ
2. ใช้ปากกาเขียนชื่อ นามสกุล เลขประจำตัวสอบ สถานที่สอบ และใช้ดินสอ 2B ระบายลงในวงกลมให้ตรงกับเลขประจำตัว และรหัสชุดวิชาที่กรอกในกระดาษคำตอบ
3. ข้อสอบทั้งหมดเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก
4. วิธีตอบ ทำการระบายคำตอบข้อที่ถูกต้องที่สุด ลงในกระดาษคำตอบด้วยดินสอ 2B ให้นักเรียนพิจารณาเลือกคำตอบที่ถูกต้องและเหมาะสมที่สุดเพียงคำตอบเดียว ถ้าข้อใดตอบมากกว่า 1 ตัวเลือก ข้อนั้นถือเป็นโมฆะ
5. ห้ามนำข้อสอบและกระดาษคำตอบออกจากห้องสอบ
6. ห้ามใช้เครื่องคำนวณ



1. กำหนดให้ $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูก

A. $x = \frac{1}{x} + 2$ B. $x^3 = \frac{1}{x^3} + 5$ C. $x^5 = \frac{1}{x^5} + 13$ D. $x^7 = \frac{1}{x^7} + 29$

2. ถ้า a, b, c และ k เป็นจำนวนจริงซึ่ง $\frac{a}{b+c} = k = \frac{-b}{a+c}$ แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นจริงเสมอ

A. $ak + a = bk + b$ B. $ak + b = bk + a$ C. $a + b + c = 0$ D. $a = b$

3. ร้านค้าแห่งหนึ่งวิเคราะห์ยอดขายจากการขายสินค้า A, B, C ได้ข้อมูลดังนี้

- ถ้าเพิ่มยอดขาย A ขึ้น 1% ลดยอดขาย B ลง 1% และเพิ่มยอดขาย C ขึ้น 2% แล้วยอดขายรวมจะเท่ากับ 21 ล้านบาท
- ถ้าลดยอดขาย A ลง 2% เพิ่มยอดขาย B ขึ้น 1% และเพิ่มยอดขาย C ขึ้น 1% แล้วยอดขายรวมจะเท่ากับ 22 ล้านบาท

จงหาว่าถ้าเพิ่มยอดขาย A ขึ้น 7% ลดยอดขาย B ลง 5% และเพิ่มยอดขาย C ขึ้น 4% แล้วยอดขายรวมจะมีค่าเท่ากับกี่ล้านบาท

A. 17 B. 18 C. 19 D. 20

4. เลขโดดในทศนิยมตำแหน่งที่ 2013 ของ $0.12345 - 0.00123456$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

5. ถ้า $a = \frac{2012}{2013}$ และ $b = \frac{2555}{2556}$ แล้วข้อใดต่อไปนี้มีค่าน้อยที่สุด

A. a^a B. a^b C. b^a D. b^b

6. เมื่อ T ปีที่แล้ว พ่อและแม่มีอายุรวมกันเป็น 26 เท่าของอายุลูก
ปัจจุบัน พ่อและแม่มีอายุรวมกันเป็น 14 เท่าของอายุลูก
อีก T ปีข้างหน้า พ่อและแม่จะมีอายุรวมกันเป็นกี่เท่าของอายุลูก

A. 6 B. 8 C. 9 D. 10

7. ถ้า $a \leq b$ และ $a \leq c$ แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นจริงเสมอ

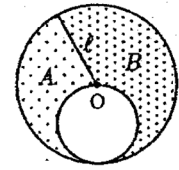
A. $a^2 \leq bc$ B. $a^3 \leq abc$ C. $2a^2 \leq a(b+c)$ D. $2a^3 \leq a^2(b+c)$



8. ถ้า a และ b เป็นค่าคงตัวที่ทำให้เส้นตรง $ax + by = 2013$ ไม่ตัดกับเส้นตรง $ay = bx + 2013$ แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นผิด
- A. $a + b = 1$ B. $a = b$ C. $ab = a + b$ D. $ab = |a - b|$
9. ถ้า a เป็นค่าคงตัวที่ทำให้พาราโบลา $y = x^2 + ax + 2$ สัมผัสกับพาราโบลา $y = ax^2 + x + a$ แล้ว a มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{7}{3}$ C. $\frac{9}{4}$ D. $\frac{11}{5}$
10. มีภาชนะทรงกระบอกสูง 4 เซนติเมตรและส่วนฐานเป็นวงกลมรัศมี 20 เซนติเมตร นำกระดาษทรงพาราโบลาที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 60 เซนติเมตรวางลงบนภาชนะใบนี้ โดยให้แนวขอบจานขนานกับฐานทรงกระบอก พบว่าก้นกระดาษสัมผัสกับทรงกระบอก และจานสัมผัสกับขอบทรงกระบอกได้พอดี จงหาว่าจานใบนี้ลึกกี่เซนติเมตร
- A. 8 B. 9 C. 10 D. 12
11. รูปสามเหลี่ยม ABC รูปหนึ่งมีส่วนสูงที่ลากจากจุดยอด A, B และ C ยาวเท่ากับ a, b และ c ตามลำดับ ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริงเสมอ
- A. $\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^2 < \frac{1}{c^2}$ B. $(a - b)^2 < c^2$ C. $\frac{1}{a^2} < \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ D. $a^2 < b^2 + c^2$
12. จากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาว 2 หน่วย สร้างส่วนโค้งในรูปสี่เหลี่ยม ดังรูป โดยส่วนโค้งเล็กมีรัศมี $2\sqrt{2 - \sqrt{2}}$ หน่วย ถ้าส่วนแรเงามีพื้นที่ A ตารางหน่วยแล้ว $\frac{1}{\pi}(4 - \sqrt{2} - A)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
- A. $1 - \frac{\sqrt{2}}{5}$ B. $1 - \frac{\sqrt{2}}{4}$ C. $1 - \frac{\sqrt{2}}{3}$ D. $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$
13. จากรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งที่มีด้านทั้งสามยาว 4, 13 และ 15 หน่วย สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านทั้งสาม แล้วลากส่วนของเส้นตรง เชื่อมจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้ได้รูปหกเหลี่ยม ABCDEF ดังรูป จงหาว่าพื้นที่ของรูปหกเหลี่ยม ABCDEF เท่ากับกี่ตารางหน่วย
- A. 506 B. 508 C. 510 D. 512

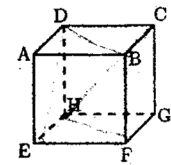


14. จากรูป จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมใหญ่ ถ้าส่วนของเส้นตรง l แบ่งส่วนแรงแระหว่างวงกลมใหญ่และวงกลมเล็กออกเป็นบริเวณ A กับ B โดยมีอัตราส่วนระหว่างพื้นที่ A ต่อพื้นที่ B เท่ากับ 1 ต่อ 2 แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นมุมที่ส่วนของเส้นตรง l ทำกับแนวตั้ง



- A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°
15. วงกลมรัศมี 24 หน่วย และวงกลมรัศมี 15 หน่วยอีก 2 วงสัมผัสซึ่งกันและกัน และสัมผัสภายในวงกลมใหญ่ ดังรูป จงหาว่าวงกลมใหญ่มีรัศมีกี่หน่วย

16. ลูกบาศก์ ABCDEFGH มีแต่ละด้านยาว 12 หน่วย ดังรูป ระนาบที่ตัดผ่านจุด B, D, E และระนาบที่ตัดผ่านจุด C, F, H อยู่ห่างกันเป็นระยะทางกี่หน่วย



- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$
17. ตัดแผ่นกระดาษวงกลมแผ่นหนึ่งตามแนวรัศมีออกเป็น n ส่วนเท่า ๆ กัน จากนั้นม้วนแต่ละส่วนเป็นกรวยกระดาษ จงหาว่าค่า n ในข้อใดต่อไปนี้ ทำให้ปริมาตรกรวยทั้ง n ใบรวมกันมีค่ามากที่สุด

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6
18. พีระมิดรูปหนึ่งมีฐานเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่แต่ละด้านยาว 36 หน่วย และยังมีหน้าแต่ละหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าด้วย ถ้าจุดศูนย์กลางของพีระมิดเป็นจุดซึ่งอยู่ห่างจากจุดยอดของพีระมิดและจุดยอดฐานแต่ละจุดเป็นระยะทางเท่า ๆ กัน แล้วจงหาว่าจุดศูนย์กลางของพีระมิดนี้อยู่สูงจากฐานกี่หน่วย

- A. $4\sqrt{3}$ B. $3\sqrt{6}$ C. $3\sqrt{7}$ D. $6\sqrt{2}$
19. ต้องการสร้างพีระมิดฐานหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความยาวฐานแต่ละด้านเท่ากับ 6 หน่วย ให้ครอบทรงกลมรัศมี 3 หน่วยได้พอดี พีระมิดนี้จะมีส่วนสูงกี่หน่วย

- A. 8 B. 9 C. 10 D. 12



20. ทรงกลม 3 ลูกสัมผัสซึ่งกันและกัน และวางอยู่บนจุด A, B และ C บนพื้นราบ ถ้ารูปสามเหลี่ยม ABC มีด้านยาวเท่ากับ 12, 16 และ 24 หน่วย แล้วผลบวกของรัศมีของทรงกลมทั้งสามมีค่าเท่ากับกี่หน่วย
- A. 27 B. 28 C. 29 D. 30
21. กำหนดให้ $a = \sin 1^\circ$ และ $b = \cos 1^\circ$ ข้อใดต่อไปนี้มีย่าน้อยที่สุด
- A. $\sqrt[3]{a+b}$ B. $a+b$ C. $\sqrt{a^3+b^3}$ D. a^3+b^3
22. ถ้า $0 < A < 90^\circ$ และ $\sin^4 A + \cos^4 A = \frac{7}{8}$ แล้ว $\sin^3 A + \cos^3 A$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{3\sqrt{5}}{8}$ C. $\frac{3\sqrt{6}}{8}$ D. $\frac{3\sqrt{7}}{8}$
23. กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม ABC มีด้านทั้งสามยาว a, b และ c ข้อใดต่อไปนี้ไม่จำเป็นต้องเป็นจริง
- A. $\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c}$ B. $\sqrt{a} < \sqrt{b} + \sqrt{c}$ C. $a^2 < b^2 + c^2$ D. $a^3 < b^3 + c^3$
24. ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ ที่มีมุม $C = 90^\circ$ แล้วค่าสูงสุดของ $2\cos^2 A + \cos B$ จะเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
- A. $\frac{17}{8}$ B. $\frac{13}{6}$ C. $\frac{9}{4}$ D. $\frac{3}{2}$
25. ทหาร 3 คนยืนเรียงเป็นแนวเส้นตรงห่างกันคนละ 100 เมตรที่ริมหน้าผาแห่งหนึ่ง และสังเกตเห็นเรือลำหนึ่งลอยล้าอยู่ในทะเลด้านล่าง ถ้าคนที่ยืนตำแหน่งตรงกลางมองเห็นเรือเป็นมุมก้ม 45° ในขณะที่อีกสองคนมองเห็นเรือเป็นมุมก้ม 30° และ 60° จงหาว่าหน้าผาแห่งนี้อยู่สูงจากทะเลด้านล่างเป็นระยะทางกี่เมตร (ไม่ต้องคำนึงถึงความสูงของทหาร)
- A. $50\sqrt{2}$ B. $50\sqrt{3}$ C. $50\sqrt{5}$ D. $50\sqrt{6}$
